AL/2009/10-S-I

29570

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

10 | S | I

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2009 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2009 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2009

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

✻ ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1. (*a*) α සහ β යනු $x^2+bx+c=0$ සමීකරණයේ මූල වේ; මෙහි $c \neq 0$ වේ. $\alpha^3\beta^2$ හා $\alpha^2\beta^3$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය b හා c ඇසුරෙන් සොයන්න.

ඒ නයින්, $\alpha^3\beta^2+\dfrac{1}{\alpha^2\beta^3}$ හා $\alpha^2\beta^3+\dfrac{1}{\alpha^3\beta^2}$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය, b හා c ඇසුරෙන් සොයන්න.

(*b*) $f(x)$ බහුපදය $x-\alpha$ වලින් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය $f(\alpha)$ බව පෙන්වන්න.
$f(x)$ බහුපදය $(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)$ වලින් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය $A(x-\beta)(x-\gamma)+B(x-\alpha)(x-\gamma)+C(x-\alpha)(x-\beta)$ ආකාරය ගනියි; මෙහි α,β සහ γ සමාන නොවන තාත්ත්වික සංඛ්‍යා වේ.

$\alpha,\beta,\gamma, f(\alpha), f(\beta)$ සහ $f(\gamma)$ ඇසුරෙන් A, B සහ C නියත ප්‍රකාශ කරන්න.

ඒ නයින්, x^5-kx යන්න $(x+1)(x-1)(x-2)$ න් බෙදූ විට ශේෂයේ x හි පදය අඩංගු නොවන ලෙස k නියතයේ අගය සොයන්න.

2. (*a*) PHILOSOPHY යන වචනයෙහි අකුරු දහයම ගෙන සෑදිය හැකි වෙනස් පිළියෙළ කිරීම් සංඛ්‍යාව සොයන්න. මෙම පිළියෙළ කිරීම්වලින් කොපමණක H, I, S සහ Y යන අකුරු එකට තිබෙයි ද?
PHILOSOPHY යන වචනයෙහි අකුරු දහයෙන් 5 ක් තෝරා ගත හැකි වෙනස් ආකාර සංඛ්‍යාව ද සොයන්න.

(*b*) $P_n=n(n+1)\cdots(n+r-1)$ යැයි ගනිමු; මෙහි n සහ r ධන පූර්ණ සංඛ්‍යා වේ.

$nP_{n+1}=nP_n+rP_n$ බව පෙන්වන්න.

P_n/n යන්න $(r-1)!$ වලින් බෙදෙන බව උපකල්පනය කර, $P_{n+1}-P_n$ යන්න $r!$ වලින් බෙදෙන බව පෙන්වන්න.

අනුයාත ධන නිඛිල r සංඛ්‍යාවක ගුණිතය $r!$ වලින් බෙදෙන බව අපෝහනය කරන්න.

3. (*a*) ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිත කර ගනිමින්, $(x+y)^n=\sum\limits_{r=0}^{n} {}^nC_r x^{n-r}y^r$ බව සාධනය කරන්න;

මෙහි n ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාවක් වන අතර, ${}^nC_r=\dfrac{n!}{(n-r)!\,r!}$ වේ.

$(p+q)^n-p^n-q^n$ යන්න pq වලින් බෙදෙන බව අපෝහනය කරන්න; මෙහි p,q සහ n ධන පූර්ණ සංඛ්‍යා වේ.

(*b*) අපරිමිත ශ්‍රේණියක r වෙනි පදය U_r යන්න $\dfrac{(2r+1)}{(3r-2)(3r+1)}\cdot\dfrac{1}{7^r}$ මගින් දෙනු ලැබේ.
$U_r=f(r-1)-f(r)$ වන පරිදි $f(r)$ සොයන්න.

ඒ නයින්, $\sum\limits_{r=1}^{n} U_r=S_n$ සොයා, $\lim\limits_{n\to\infty} S_n$ හි අගය සොයන්න.

< www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com

4. (*a*) $-80-18i$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවෙහි වර්ගමූල සොයා,

$4z^2+(16i-4)z+(65+10i)=0$ වර්ගජ සමීකරණය විසඳන්න.

(*b*) ආගන්ඩ් සටහනක $\arg(z+1)=\frac{\pi}{3}$ සමීකරණය විවරණය කර $|z|$ හි අවම අගය සොයන්න.

(*c*) ω යනු $z^3-1=0$ සමීකරණයෙහි සංකීර්ණ මූලයක් නම්, එවිට ω^2 අනෙක් සංකීර්ණ මූලය බව පෙන්වන්න.

$\omega^{2k}+(1+\omega)^k=0$ බව ද පෙන්වන්න; මෙහි k ඔත්තේ ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාවකි.

ඔත්තේ ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාමය k සඳහා x^2+x+1 යන්න $x^{2k}+(1+x)^k$ හි සාධකයක් බව අපෝහනය කරන්න.

5. (*a*) ප්‍රමූලධර්ම භාවිතයෙන්. $f(x)=\sin x$ ශ්‍රිතයෙහි x විෂයයෙන් ව්‍යුත්පන්නය සොයන්න.

$g(x)=\cos x$ හි ව්‍යුත්පන්නය අපෝහනය කරන්න.

(i) $\sin\left(\ln\left(1+x^2\right)\right)$

(ii) $\cos(\sin x)$

x විෂයයෙන් අවකලනය කරන්න.

(*b*) $y=\sin k\theta \operatorname{cosec}\theta$ සහ $x=\cos\theta$ යැයි ගනිමු; මෙහි k නියතයකි.

(i) $\left(1-x^2\right)\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}-xy+k\cos k\theta=0$,

(ii) $\left(1-x^2\right)\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}-3x\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}+\left(k^2-1\right)y=0$

බව සාධනය කරන්න.

(*c*) $P\left(3,\frac{1}{5}\right)$ ලක්ෂ්‍යයෙහි දී $y\left(1+x^2\right)=2$ වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකය, Q හි දී නැවතත් වක්‍රය හමුවෙයි. Q හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

6. (*a*) $I_k=\int\frac{e^t}{t^k}\,\mathrm{d}t$ යැයි ගනිමු; මෙහි $t>0$ වන අතර k ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාවකි.

$(k-1)I_k-I_{k-1}+\frac{e^t}{t^{k-1}}=C$ බව පෙන්වන්න; මෙහි C අභිමත නියතයකි.

$\int e^x\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^2\mathrm{d}x$ සොයන්න; මෙහි $x>-1$ වේ.

(*b*) f යනු තාත්වික සංඛ්‍යා කුලකය මත අර්ථ දක්වා ඇති තාත්වික අගයන් ගන්නා ශ්‍රිතයක් වන අතර,

$J=\int_0^a f(x)\,\mathrm{d}x$ වේ; මෙහි $a>0$ වේ.

$\int_0^a f(a-x)\,\mathrm{d}x=J$ බව පෙන්වන්න.

$\int_0^{\pi/2}\frac{\sin^{2k}x}{\cos^{2k}x+\sin^{2k}x}\,\mathrm{d}x$ අගයන්න; මෙහි k ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාවකි.

[තුන්වන පිටුව බලන්න.

< www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com 2

7. (x_0, y_0) ලක්ෂ්‍යය හරහා යන $ax+by+c=0$ සරල රේඛාවට ලම්බ සරල රේඛාව මත පිහිටි ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක ඛණ්ඩාංක $(x_0+at,\ y_0+bt)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි t යනු පරාමිතියකි.

ඒ නයින්, $ax+by+c=0$ රේඛාව තුළ (x_0, y_0) ලක්ෂ්‍යයෙහි දර්පණ ප්‍රතිබිම්බයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

OAB ත්‍රිකෝණයෙහි OA සහ AB පාදවල ලම්බ සමච්ඡේදකවල සමීකරණ පිළිවෙළින් $x\cos\theta+y\sin\theta=1$ සහ $x-y=1$ වේ; මෙහි $0<\theta<\frac{\pi}{2}$ වන අතර, O යනු මූල ලක්ෂ්‍යය වේ. OAB ත්‍රිකෝණයෙහි පාද තුනෙහි සමීකරණ සොයන්න.

තව ද, OB පාදයෙහි ලම්බ සමච්ඡේදකයෙහි සමීකරණය සොයා, OAB ත්‍රිකෝණයෙහි පාදවල ලම්බ සමච්ඡේදක ඒකලක්ෂ්‍ය වන බව සත්‍යාපනය කරන්න.

8. $x^2+y^2+2g_1x+2f_1y+c_1=0$ සහ $x^2+y^2+2g_2x+2f_2y+c_2=0$ සමීකරණ මගින් ඡේදනය නොවන වෘත්ත දෙකක් නිරූපණය කෙරෙයි. වෘත්ත දෙකෙහි කේන්ද්‍ර O_1 සහ O_2 යැයි ගනිමු. O_1 සහ O_2 අතර පිහිටි T ලක්ෂ්‍යයක සිට වෘත්ත දෙකට පොදු ස්පර්ශක යුගලයක් ඇඳිය හැකි ය.

T ලක්ෂ්‍යය හඳුනා ගෙන, එහි ඛණ්ඩාංක O_1 සහ O_2 හි ඛණ්ඩාංක සහ වෘත්ත දෙකේ අරයන් ඇසුරෙන් සොයන්න.

වෘත්ත දෙකට දෙවන ස්පර්ශක යුගලයක් ඇඳිය හැකි, O_1O_2 විස්තෘත රේඛාව මත පිහිටි T' ලක්ෂ්‍යය ද හඳුනා ගෙන T' හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

$x^2+y^2-18x+6y+86=0$ සහ $x^2+y^2+18x-6y+74=0$ වෘත්ත දෙකට ඇඳිය හැකි පොදු ස්පර්ශක හතරේ සමීකරණ සොයන්න.

9. (a) සුපුරුදු අංකනයෙන් **සයින් නීතිය** ප්‍රකාශ කර, සාධනය කරන්න.

A, B සහ C ලක්ෂ්‍ය තුනක්, ආරෝහණ පිළිවෙළට, තිරසට θ කෝණයකින් ආනත වූ සරල රේඛාවක් මත පිහිටයි. $AB=x$ වන අතර, D යනු C සිට h උසකින් සිරස්ව ඉහළින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යය වේ. CD මගින්, A සහ B හි දී පිළිවෙළින් α සහ β කෝණ ආපාතනය කෙරෙයි.

(i) $h=\dfrac{x\sin\alpha\ \sin\beta}{\sin(\beta-\alpha)\cos\theta}$,

(ii) $d=\dfrac{x\sin(\alpha+\theta)\sin\beta}{\sin(\beta-\alpha)}$

බව සාධනය කරන්න; **මෙහි d යනු A හි මට්ටමේ සිට D හි උස වේ.**

(b) (i) $\sin\theta-\cos\theta=1$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුමත්,

(ii) $\tan^{-1}\frac{1}{2}-\tan^{-1}\frac{1}{3}=\sin^{-1}x$ සමීකරණය සපුරාලන x හි අගයත්

සොයන්න.

***

www.pastpaperlk.com